



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Инженерные науки**

ФИО участника олимпиады: **Павел Игоревич Прохоров**

Класс: **9**

Технический балл: **73**

Дата проведения: **01 марта 2022 года**

РЕЗУЛЬТАТ ПРОВЕРКИ

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Всего
25	23	0	25	73

Пусть для удобства алгоритм Ивана Ивановича выглядит так:

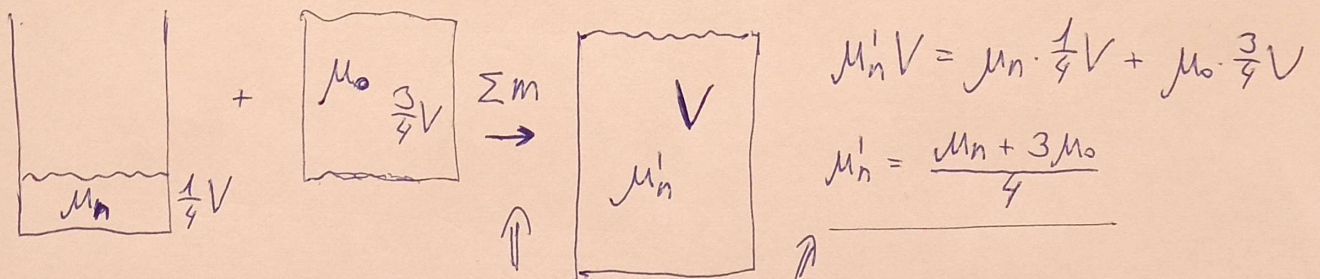
Изначально наливает в чайник $\frac{1}{4}$ л водопроводной воды.

Перед каждым кипячением доливает к имеющемуся в чайнике $\frac{1}{4}$ л воды ещё $\frac{3}{4}$ л водопроводной, затем уже выпаривает половину (масса ТГМ в воде сохраняется), и выливает оставшуюся половину (себе в чай, концентрация ТГМ сохраняется). Тогда после этого алгоритма Иван получит чай и $\frac{1}{4}$ л воды в чайнике с такой же концентрацией ТГМ, что и в воде.

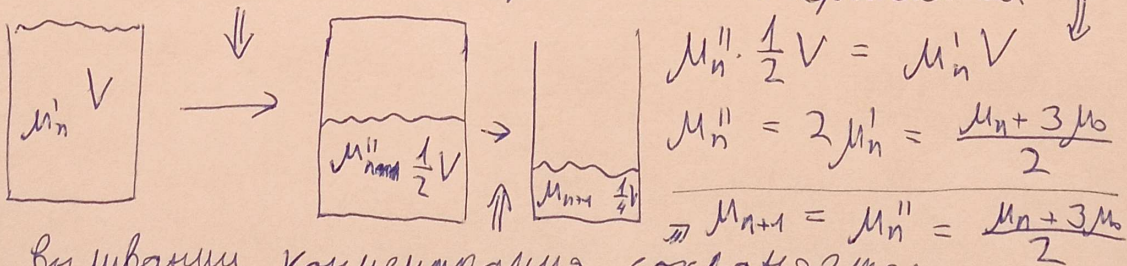
Этот алгоритм отличается от того, что в условии, только началом, но и оно совпадает - перед первым кипячением у Иванова в чайнике ровно 1 л водопроводной воды.

Пусть после n кипячений в чайнике остаётся $\frac{1}{4}$ л воды с концентрацией M_n , концентрация водопроводной воды (и перед 1-м кипячением, после 0 кипячений) равна M_0 .

Тогда:



При сливании массы растворённого в-ва складываются
 При выпаривании масса расств. в-ва сохраняется



При выливании концентрация сохраняется

$$M_{n+1} = \frac{M_n + 3M_0}{2}$$

$$\mu_{n+1} = \frac{\mu_n + 3\mu_0}{2}$$

Если $\mu_n = \left(3 - \frac{1}{2^{n-1}}\right) \mu_0$: $\mu_0 \stackrel{!}{=} \left(3 - \frac{1}{2^{0-1}}\right) \mu_0$: База

$$\mu_{n+1} = \frac{\left(3 - \frac{1}{2^{n-1}}\right) \mu_0 + 3\mu_0}{2} = \frac{6 - \frac{1}{2^{n-1}}}{2} \mu_0 \stackrel{!}{=} 3 - \frac{1}{2^{(n+1)-1}} \mu_0 : \text{Шаг}$$

$$\mu_n = \left(3 - \frac{1}{2^{n-1}}\right) \mu_0 < 3\mu_0 \quad \text{для } \forall n$$

μ_0 = концентрация ТГМ в водопроводной воде, не превышает по завершению Московского канала $1,2 \text{ мг/л} = 1,2 \cdot 10^{-6}$

Предельно допустимая концентрация ТГМ: ~~5,6~~ $\mu_{\text{max}} = 5 \cdot 10^{-6}$ для здоровья

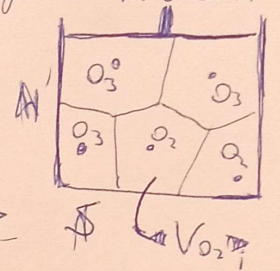
$$\mu_n < 3\mu_0 = \overset{3,6}{\del{5,6}} \cdot 10^{-6} < \mu_{\text{max}} = 5 \cdot 10^{-6} \quad \text{для } \forall n$$

Иван может пить сколь угодно много чая без вреда здоровью (по крайней мере, без вреда от ТГМ).

Ответ: после любого количества кипячений концентрация ТГМ в чае (μ_n) не будет превышать предельно допустимую, чай заваривать безопасно.

Пусть N_{O_2}, N_{O_3} - кол-во молекул O_2 и O_3 соответств.

Пусть $\langle V_{O_2} \rangle, \langle V_{O_3} \rangle$ - средний объём пространства, занимаемый молекулой в сосуде (не объём самой молекулы, а объём пространства, для каждой точки которого эта молекула - ближайшая)



То есть:

$$V = \sum V_{O_2 i} + \sum V_{O_3 i} = N_{O_2} \langle V_{O_2} \rangle + N_{O_3} \langle V_{O_3} \rangle$$

Докажем, $\langle V_{O_2} \rangle \approx \langle V_{O_3} \rangle$ (одинаковая "плотность" газов в смеси, молекулы ~~одинаково~~ покоя и одинаково отталкиваются друг от друга)

$$V = N_{O_2} \langle V_{O_2} \rangle + N_{O_3} \langle V_{O_3} \rangle$$

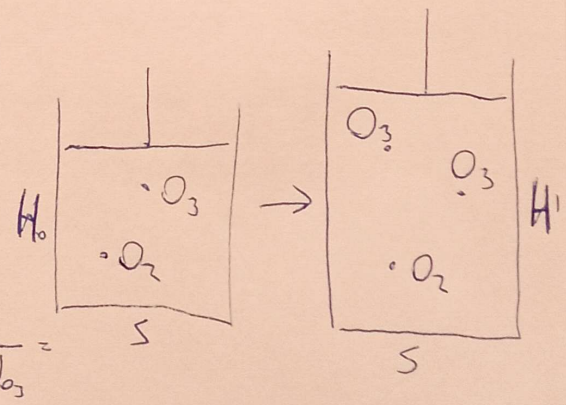
По количеству кислорода в молекулах при распаде N_{O_3} ~~всего~~ озона O_3 получается ~~$3 N_{O_3}$ молекул~~ $\frac{3}{2} N_{O_3}$ молекул кислорода O_2 .
 $2 O_3 \rightarrow 3 O_2 + \text{т.д.}$

Температура постоянна, ~~давление~~ давление тоже (как в камере), поэтому $\langle V \rangle$ также остается постоянным.

Получившийся объём после распада всего озона:

$$V' = N_{O_2}' \langle V_{O_2}' \rangle = (N_{O_2} + \frac{3}{2} N_{O_3}) \langle V_{O_2} \rangle$$

$$\frac{H'}{H_0} = \frac{H' S}{H_0 S} = \frac{V'}{V} = \frac{(N_{O_2} + \frac{3}{2} N_{O_3}) \langle V_{O_2} \rangle}{N_{O_2} \langle V_{O_2} \rangle + N_{O_3} \langle V_{O_3} \rangle} \approx$$



$$\approx \frac{N_{O_2} + \frac{3}{2} N_{O_3}}{N_{O_2} + N_{O_3}} = \frac{N_{O_2}}{N_{O_2} + N_{O_3}} + \frac{3}{2} \cdot \frac{N_{O_3}}{N_{O_2} + N_{O_3}} =$$

$$= (1 - \frac{N_{O_3}}{N_{O_2} + N_{O_3}}) + \frac{3}{2} \frac{N_{O_3}}{N_{O_2} + N_{O_3}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{N_{O_3}}{N_{O_2} + N_{O_3}}$$

$$H' = (1 + \frac{1}{2} \frac{N_{O_3}}{N_{O_2} + N_{O_3}}) H_0 = (1 + \frac{1}{2} \cdot 0.35) \cdot 20 \text{ см} = 23.5 \text{ см}$$

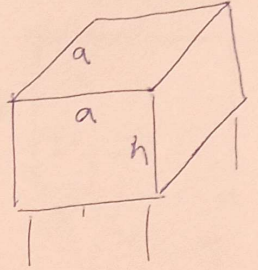
Ответ: 23,5 см.

Задача 2

Суммарная площадь стен $S_{ст}$ — это площадь боковых пове
покрытых пенопластом

4

Суммарная площадь поверхности дома, покрытой пенопластом — $S_{п}$ — равна всей площади дома-коробки, включая пол ($2a^2 + 4ah$) за исключением входных вставок — ~~дверей~~ двери площадью $S_{дв} = 1,0 \cdot 2,0 \text{ м}^2 = 2,0 \text{ м}^2$ и трёх окон площадью по $S_{окн} = 1,2 \cdot 1,5 \text{ м}^2 = 1,8 \text{ м}^2$.



Теплопотери пенопластовых стен:

$$N_{п} = \frac{S_{п} \lambda}{d} (t_k - t_v) = (2a^2 + 4ah - S_{дв} - 3S_{окн}) \cdot \frac{\lambda}{d} (t_k - t_v) =$$

$$= \left(2 \cdot \frac{6^2}{36} + 4 \cdot \frac{6 \cdot 3}{22} - 2,0 \text{ м}^2 - 5,4 \text{ м}^2 \right) \cdot \frac{0,040 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}}{0,15 \text{ м}} \cdot (18^\circ\text{C} - (-22^\circ\text{C})) =$$

$$= 136,6 \text{ м}^2 \cdot \frac{0,040 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} \cdot 40\text{К}}{0,15 \text{ м}} = 910 \frac{2}{3} \text{ м} \cdot 1,6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}} = 1523,2 \text{ Вт}$$

Теплопотери двери и окон:

$$N_{дв} = k_{дв} \cdot S_{дв} \cdot (t_k - t_v) = 1,00 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} \cdot 2,0 \text{ м}^2 \cdot 40\text{К} = 80 \text{ Вт}$$

$$N_{окн} = k_{окн} \cdot S_{окн} \cdot (t_k - t_v) = 1,5 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} \cdot 1,8 \text{ м}^2 \cdot 40\text{К} = 108 \text{ Вт}$$

Суммарные теплопотери:

$$N = N_{п} + N_{дв} + 3N_{окн} = 1524 \text{ Вт} + 80 \text{ Вт} + 3 \cdot 108 \text{ Вт} = 1928 \text{ Вт} \approx$$

Ответ: 1,93 кВт

$\approx 1,93 \text{ кВт}$

$$3 N_{O_3} = 0,35 N_{O_2} \cdot (2 N_{O_2} + 3 N_{O_3}) \quad \text{Результат} \quad 14,0 \quad | \quad 39 \quad | \quad 1'''$$

$$3 N_{O_3} = 0,7 N_{O_2} + 1,05 N_{O_3}$$

$$1,95 N_{O_3} = 0,7 N_{O_2}$$

$$\frac{N_{O_3}}{N_{O_2}} = \frac{0,7}{1,95} = \frac{14}{39}$$

$$N_{O_3} = 0,35 (N_{O_2} + N_{O_3})$$

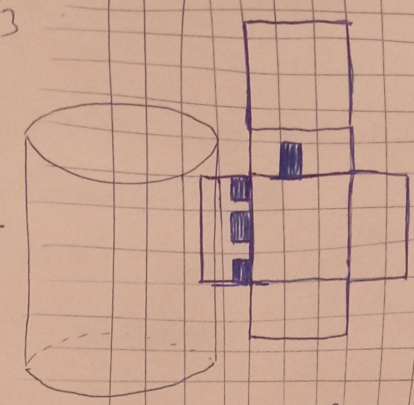
$$0,65 N_{O_3} = 0,35 N_{O_2}$$

$$\frac{N_{O_3}}{N_{O_2}} = \frac{0,35}{0,65} = \frac{0,7}{1,3} = \frac{7}{13}$$

$$\begin{array}{r} 2732 \quad | \quad 3 \\ 910 \quad \frac{2}{3} \end{array}$$

$$144 - 7,4 = 136,6$$

$$\begin{array}{r} \times 11 \\ \times 2732 \\ \hline 1,6 \\ 18392 \\ 2732 \\ \hline 4571,2 \quad | \quad 3 \\ 1523,7 \end{array}$$

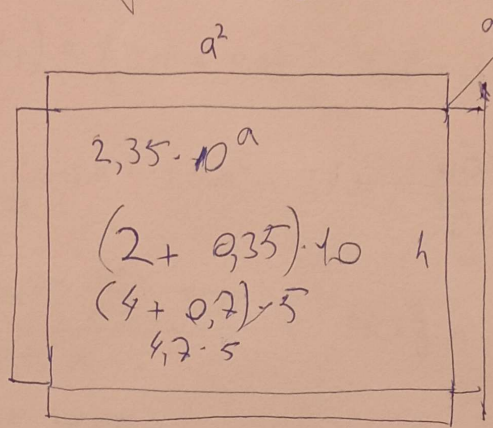


$$\begin{array}{r} \times 1,2 \\ \times 84,6 \\ \hline 9,40 \\ 125,840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,2 \\ \times 0,6 \\ \hline 3,0 \\ 4,8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 5,4 \\ \times 1,5 \\ \hline 2,7 \\ 3,0 \\ \hline 2,1 \\ 8,10 \end{array}$$

$$1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{14}{39} = 1 + \frac{21}{53} = \frac{74}{53}$$



$$\frac{1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{13}}{1 + \frac{7}{13}} = \frac{26 + 21}{40} = \frac{47}{40}$$

$$N = (\lambda(4ah - 3S_{\text{окн}} - S_{\text{дл}}) + k_{\text{окн}} \cdot 3S_{\text{окн}} + k_{\text{дл}} \cdot S_{\text{дл}}) (t_{\text{в}} - t_{\text{н}})$$

$$= (0,40 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} (4 \cdot 6 \cdot 3 \text{ м} - 3 \cdot 12 \text{ м} \cdot 1,5 \text{ м} - 10 \text{ м} \cdot 2,0 \text{ м}) + 1,50 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} \cdot 3 \cdot 12 \text{ м} \cdot 1,5 \text{ м} + 1,00 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} \cdot 10 \text{ м} \cdot 2,0 \text{ м}) (18^\circ - (-22^\circ \text{C})) = (25,84 \text{ Вт/К} + 8,1 \text{ Вт/К} + 2 \text{ Вт/К})$$

Допущения, $\langle V_{\text{уар } O_3} \rangle \approx \langle V_{\text{уар } O_2} \rangle$

$$\rho \sim t^\alpha$$

$$\rho \sim \frac{1}{\sqrt{V}}$$

$$V = V_{\text{уар } O_3} + V_{\text{уар } O_2} = N_{O_3} \langle V_{\text{уар } O_3} \rangle + N_{O_2} \langle V_{\text{уар } O_2} \rangle$$

$$V' = V_{\text{уар } O_2} = N_{O_2} \langle V_{\text{уар } O_2} \rangle = (N_{O_2} + \frac{3}{2} N_{O_3}) \langle V_{\text{уар } O_2} \rangle$$

$$\frac{h'}{h} = \frac{V'}{V} = \frac{N_{O_2} + \frac{3}{2} N_{O_3}}{N_{O_2} + N_{O_3}} = \frac{1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{N_{O_3}}{N_{O_2}}}{1 + \frac{N_{O_3}}{N_{O_2}}}$$

Zn²⁺ цинк 65,38 ————— Pb²⁺ свинец 207,2

Cu медь 63,55

Ni²⁺ никель 58,70 ————— Mn²⁺ марганец 54,94

Co²⁺ кобальт 58,93

X Fe²⁺ железо 55,85 ————— Sn⁴⁺ олово 118,7

Cr³⁺ хром 52,00

Ti²⁺ титан 47,90

Al³⁺ алюминий 27,0

Cd кадмий 112,41 ————— Bi³⁺ висмут 208,98

$$\frac{x}{x+y} = \text{опм}$$

$$x = \mu x + \mu y$$

$$x = \frac{\mu}{1-\mu} y$$

$$x = 0,5239 y$$

$$\begin{array}{r} \times 0,5239 \\ 12,11 \\ \hline 125239 \\ 5239 \\ 11678 \\ 5239 \\ \hline 6,464429 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,46443 \quad 1 \\ \hline 6,46443 \\ 12,92886 \quad 2 \\ \hline 6,46443 \\ 19,40329 \quad 3 \\ \hline 6,46443 \\ 27,86772 \quad 4 \\ \hline 6,46443 \\ 32,33215 \quad 5 \\ \hline 6,46443 \\ 38,79658 \quad 6 \\ \hline 6,46443 \\ 45,26101 \quad 7 \\ \hline 6,46443 \\ 51,72544 \quad 8 \\ \hline 6,46443 \\ 58,19187 \quad 9 \\ \hline 6,46443 \\ 64,65830 \quad 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,3438 \\ 0,6562 \end{array}$$

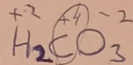
$$3438,0 \mid 6562$$

Пересборка 3

$$\begin{array}{r} 1719,0 \quad 1719,0 \\ -16405 \quad 3281 \\ \hline 7850 \\ -6562 \\ \hline 12880 \\ \hline 19843 \\ \hline 30370 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,5239 \\ 12 \\ \hline 11678 \\ 5239 \\ \hline 6,4068 \end{array}$$

Тетракарбонил
4x C ?



$$Si: 28,09 ?$$

$$Cr: 51,996 ?$$

$$\begin{array}{r} 6,46443 \times 6,4068 \quad 1 \\ + 6,4068 \\ \hline 3,23221 \times 12,8136 \quad 2 \\ + 6,4068 \\ \hline \times 19,2204 \quad 3 \\ + 6,4068 \\ \hline C C \times 25,6272 \quad 4 \\ + 6,4068 \\ \hline S 32,0340 \quad 5 \\ + 6,4068 \\ \hline C 38,4408 \quad 6 \\ + 6,4068 \\ \hline Sc 44,8476 \quad 7 \\ + 6,4068 \\ \hline V? 51,2544 \quad 8 \\ + 6,4068 \\ \hline A 57,6612 \quad 9 \\ + 6,4068 \\ \hline 64,0680 \quad 10 \\ + 6,4068 \\ \hline 70,4748 \quad 11 \\ + 6,4068 \\ \hline 76,8816 \quad 12 \\ + 6,4068 \end{array}$$

Хлорид A: опм: Fe_2Cl_2 ?

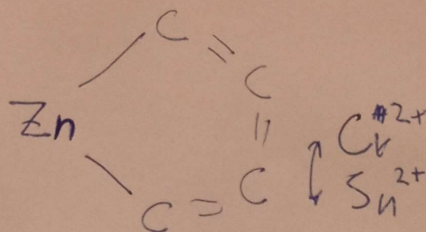
Оксид A: E171: FeO

A: пигменты: желтый

A: Pb^{2+} свинец

Zn^{2+} цинк

B: тетракарбонил
4x C ?



крас
орубо

~~125~~ ~~150~~ ~~160~~

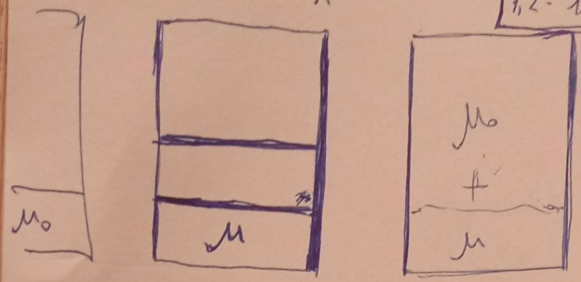
12 мГ/л =

репродукция 4
~~1700~~ ~~19~~ = 240
~~5.10⁻⁶~~

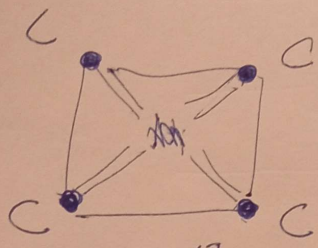
12 мГ/л = $\frac{12 \cdot 10^{-6} \text{ кг}}{\text{л}}$

12 мГ/л = $\frac{12 \cdot 10^{-3}}{\text{л}}$

$\frac{5 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-6}} = \frac{25}{6} = 4 \frac{1}{6}$



$$\frac{\mu \cdot \frac{1}{4}V + M_0 \cdot \frac{3}{4}V}{V} = \frac{\mu + 3M_0}{4}$$



$$\frac{4 \cdot 12 \cdot x}{48 + x} = 0,3438$$

$$x = 16,5024 + 0,3438x$$

$$\frac{\frac{\mu + 3M_0}{4} \cdot V}{0,5V} = \frac{\mu + 3M_0}{2}$$

336
 $\times 93438$
 48

 27504
 13752

 165024

16,5024
 15124

 13784

$$M_0 = \frac{12}{8} 10^{-6}$$

$$\mu_{n+1} = \frac{\mu_n + 3M_0}{2}$$

$$\mu_n \leq \mu_{\max}$$

~~10000~~
~~03438~~
~~0,2862~~

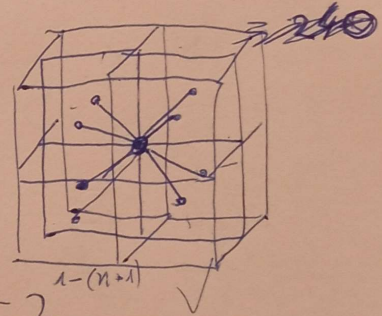
$$\frac{\mu_{n+1}}{M_0} = \frac{\mu_n}{M_0} + 3$$

$$\lambda_n \leq \lambda_{\max} = \frac{\mu_{\max}}{M_0}$$

$$0,7562x = 16,50024$$

$$x = \frac{16,5024}{0,7562} = 21,8$$

$$\lambda_{n+1} = \frac{\lambda_n + 3}{2}$$



$$\lambda_0 = 1 \quad 3-2$$

$$\lambda_n = 3 - 2^{1-n}$$

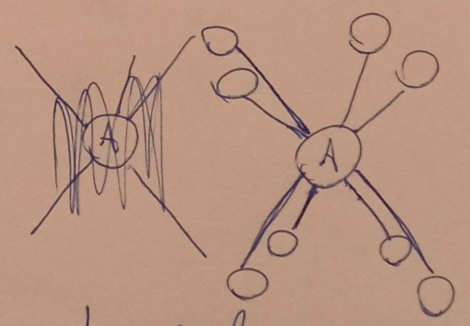
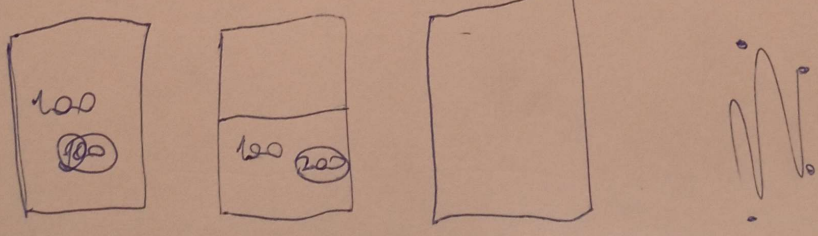
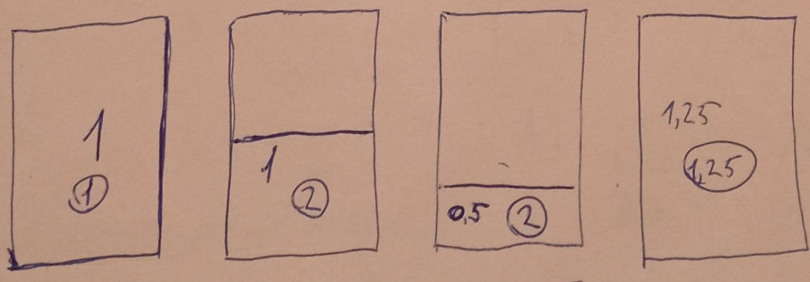
$$\lambda_1 = 2 \quad 3-1 \quad \frac{5,5}{2}$$

$$\lambda_{n+1} = \frac{6 - 2^{1-n}}{2} = 3 - 2^{-n}$$

$$\lambda_2 = 2,5 \quad 3-0,5$$

$$0,5 + 0,25 = 0,75$$

$$\lambda_3 = 2,75 \quad 3-0,25$$



A: 8 черзён
 B: 8 черзён ?